

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АБЛА

Протокол №



УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета МФИ
П.И.Хамраев
2025г.

ПРОГРАММА
для поступающих в докторантуру
по образовательной программе 8D05401-Математика и статистика

Алматы, 2025

В перечень дисциплин вступительного экзамена по образовательной программе 8D05401-Математика и статистика входят следующие дисциплины:

Дисциплина 1. Теория функций комплексного переменного и дифференциальные уравнения

Дисциплина 2. Функциональный анализ

Дисциплина 3. Теория вероятности и математическая статистика

Дисциплина 1. Теория функций комплексного переменного и дифференциальные уравнения

Тема 1. Комплексные числа и расширенная комплексная плоскость

Комплексные числа, расширенная плоскость, понятие бесконечности.

Тема 2. Сфера Римана и стереографическая проекция

Сtereoграфическая проекция, сфера Римана, геометрический образ комплексных чисел.

Тема 3. Множества и пути на комплексной плоскости

Кривая Жордана, гладкие и кусочно-гладкие кривые, кусочно-гладкие пути.

Тема 4. Комплексные последовательности и ряды

Предел, сходимость, знак Вейерштрасса, теорема Абеля, формула Коши-Адамара.

Тема 5. Функции комплексного переменного и их пределы

Непрерывность, предел, уравнения Коши-Римана, голоморфность.

Тема 6. Комплексные интегралы и теорема Коши

Интеграл, замкнутый путь, гомотопия, первообразная, интегральная теорема Коши.

Тема 7. Свойства аналитических функций и ряд Лорана

Ряд Лорана, порядок нулей, теорема единственности, особые точки.

Тема 8. Теория вычетов и применение в вычислении интегралов

Вычеты, полюс, устранимая особая точка, теорема о вычетах.

Тема 9. Дифференциальные уравнения с частными производными

Тема 10. Теория вычетов и вычисление интегралов

Вычеты, применение формулы Коши, теорема о полной сумме вычетов.

Тема 11. Дифференциальные уравнения первого порядка

Разделение переменных, общее решение, задача Коши.

Тема 12. Теория систем линейных дифференциальных уравнений

Решения в матричной форме, векторные функции, устойчивость системы.

Тема 13. Уравнения теплопроводности и волновые уравнения

Задача Коши, граничные условия, частные производные.

Тема 14. Пространство Соболева и обобщённые производные

Слабая производная, функциональный анализ.

Тема 15. Метод Галеркина и нахождение решения через функцию Грина

Функция Грина, фундаментальное решение, пространство Гильберта.

Дисциплина 2. Функциональный анализ

Тема 1. Метрическое пространство

Метрика, расстояние, метрическое пространство, открытый шар, закрытый шар.

Тема 2. Сходимость и полнота

Сходимость, фундаментальная последовательность, полное пространство, ограничение.

Тема 3. Теорема о вложенных шарах

Вложенные шары, теорема, сходимость в метрическом пространстве.

Тема 4. Принцип сжимающих отображений

Сжатие, отображение, неподвижная точка, теорема Банаха.

Тема 5. Пространства Банаха и Лебега

Нормированное пространство, пространство Банаха, пространство Лебега, полнота.

Тема 6. Евклидовы и унитарные пространства

Евклидово пространство, скалярное произведение, унитарное пространство.

Тема 7. Пространство Гильберта

Пространство Гильберта, ортонормированная система, полнота, скалярное произведение.

Тема 8. Ряд Фурье и теорема Рисса-Фишера

Ряд Фурье, теорема Рисса-Фишера, ортонормированный базис, сходимость.

Тема 9. Линейные операторы

Линейный оператор, отображение, свойства отображений.

Тема 10. Непрерывные и ограниченные операторы

Непрерывность, ограниченность, норма оператора.

Тема 11. Обратный оператор и теорема Банаха

Обратный оператор, ядро оператора, однозначность, теорема Банаха.

Тема 12. Линейные функционалы

Линейный функционал, норма, двойственное пространство.

Тема 13. Рефлексивные пространства

Рефлексивность, двойственное пространство, полнота.

Тема 14. Теорема Рисса и обобщения функционалов

Теорема Рисса, скалярное произведение, обобщения функционалов.

Тема 15. Компактные и ядерные операторы

Ядерный оператор, компактный оператор, сходимость, спектр.

Дисциплина 3. Теория вероятности и математическая статистика

Тема 1. Классификация событий

Событие, элементарное событие, сложное событие, невозможное событие, достоверное событие, объединение событий, пересечение, разность.

Тема 2. Пространство элементарных событий

Пространство элементарных событий, множество событий, вероятностное пространство, алгебра событий.

Тема 3. Классическое определение вероятности и основные свойства

Вероятность, классическое определение, правило суммы вероятностей, правило произведения вероятностей, условная вероятность.

Тема 4. Формула полной вероятности

Полная система событий, формула полной вероятности, условная вероятность, маргинальная вероятность.

Тема 5. Формула Байеса

Формула Байеса, обратная вероятность, априорная вероятность, апостериорная вероятность.

Тема 6. Независимые испытания. Формула Бернулли

Независимые события, испытание Бернулли, формула Бернулли, бинарный эксперимент, вероятность успеха.

Тема 7. Предельные и интегральные теоремы Муавра-Лапласа

Предельная теорема, интегральная теорема, стандартизация, нормальное приближение.

Тема 8. Закон больших чисел в форме Бернулли

Закон больших чисел, частота, предел вероятности, предельная частота.

Тема 9. Предельная теорема Пуассона

Распределение Пуассона, закон редких событий, параметр λ , предел Пуассона.

Тема 10. Законы распределения дискретных случайных величин

Дискретная случайная величина, функция распределения, функция вероятности, математическое ожидание.

Тема 11. Законы распределения и плотность непрерывных случайных величин

Непрерывная случайная величина, функция распределения, плотность вероятности, вероятность события.

Тема 12. Биномиальное и нормальное распределения

Биномиальное распределение, нормальное распределение, кривая Гаусса, среднее значение, стандартное отклонение.

Тема 13. Количественные характеристики случайных величин и их свойства

Математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратичное отклонение, мода, медиана.

Тема 14. Закон больших чисел. Неравенство Чебышёва. Центральная предельная теорема

Закон больших чисел, неравенство Чебышёва, сходимости к среднему, центральная предельная теорема.

Тема 15. Элементы математической статистики

Вариационный ряд, арифметическое среднее, мода, медиана, среднее отклонение, дисперсия.